Комментарии относительно выводов силы Кориолиса В.М. Radikevitj и Мельниковой (1974) и Radikevitj (1985)

Министерство высшего и среднего специального образования РСФСР

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

И. И. МЕЛЬНИКОВА, В. М. РАДИКЕВИЧ

ДИНАМИЧЕСКАЯ МЕТЕОРОЛОГИЯ

(учебное пособие для океанологов)

Под редакцией профессора Д. Л. Лайхтмана

ЛЕНИНГРАД
1974

Отклоняющая сила вращения Земли (сила Кориолиса)

Отклоняющая сила вращения Земли представляет дополнительную инерционную силу, действующую на частичку воздуха, движущуюся относительно поверхности Земли. Сила Кориолиса (названа по имени французского механика Густава Гаспара Кориолиса, впервые рассчитавшего эту силу) возникает за счет вращения Земли. Если бы Земля не вращалась, то путь частицы воздуха от полюса до экватора был бы NA (рис. 3), в результате вращения Земли частица попадает в точку A_1, $NA_1 = c \cdot dt$ (где c — скорость частицы). За время dt Земля повернулась на угол $\delta\alpha = \omega dt$.

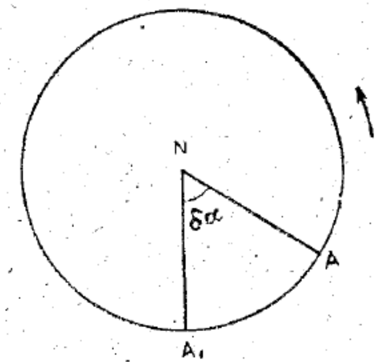


Рис. 3. Траектория движения частицы от полюса к экватору.

Для малых dt мало $\delta\alpha$ и можно считать

$$AA_1 = NA_1 \cdot \delta\alpha = c\omega (dt)^2.$$

С другой стороны, для равномерно-ускоренного движения

$$AA_1 = \frac{1}{2} a \cdot (dt)^2,$$

где a — ускорение за счет вращения Земли или ускорение Кориолиса.

Из сравнения выражений для AA_1 получаем

$$a = 2\omega \cdot c, \qquad (2.2.4)$$

Министерство высшего и среднего специального образования РСФСР

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

В. М. РАДИКЕВИЧ

ДИНАМИЧЕСКАЯ МЕТЕОРОЛОГИЯ ДЛЯ ОКЕАНОЛОГОВ

Допущено Министерством высшего и среднего специального образования СССР

в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по специальности «Океанология»

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
имени М. И. КАЛИНИНА

ЛЕНИНГРАД
1985

Отклоняющая сила вращения Земли (сила Кориолиса)

Отклоняющая сила вращения Земли представляет дополнительную инерционную силу, действующую на частичку воздуха, движущуюся относительно поверхности Земли. Сила Кориолиса (названа по имени французского механика Густава Гаспара Кориолиса, впервые рассчитавшего эту силу) возникает за счет вращения Земли. Если бы Земля не вращалась, то путь частицы воздуха за время δt от полюса в сторону экватора был бы NA (рис. 4), за счет вращения Земли частица попадает в точку A_1, $NA_1 = c\delta t$ (c — скорость частицы), так как за время δt Земля повернется на угол $\delta\alpha = \omega\delta t$ и $AA_1 = NA_1\ \delta\alpha = c\omega(\delta t)^2$. Однако для равномерно-ускоренного движения $AA_1 = \frac{1}{2}\ a_к\ (\delta t)^2$, где $a_к$ должно представлять

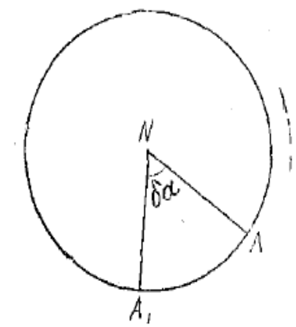


Рис. 4. Траектория движения частицы от полюса в сторону экватора.

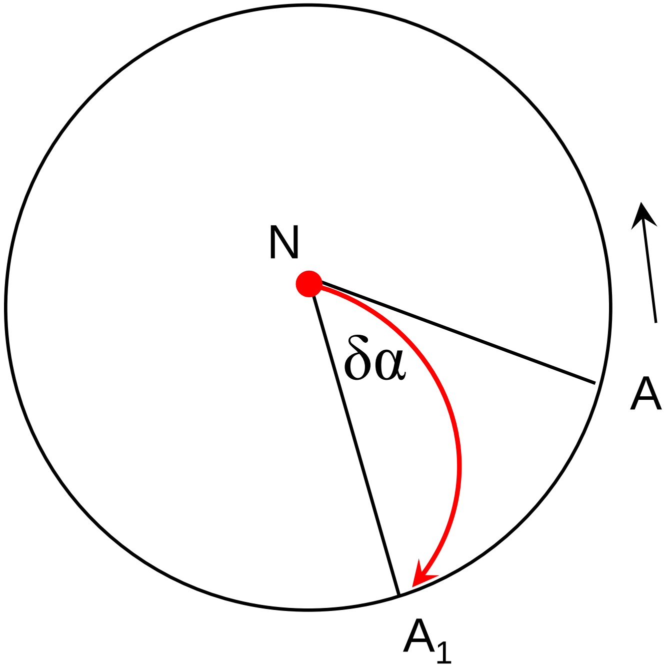
ускорение за счет вращения Земли или ускорение Кориолиса. Из сравнения выражений для AA_1 получаем

$$a_к = 2\omega\, c. \tag{2.3.4.}$$

С учетом векторного характера величин угловой скорости вращения Земли ($\vec{\omega}$) и скорости движения частиц ($\vec{c}$), общее выражение для ускорения Кориолиса имеет вид

$$\vec{a}_к = 2\,(\vec{\omega} \times \vec{c})\,. \tag{2.3.5}$$

Radikevitj и Мельникова (1974) и Radikevitj (1985) представляют очевидное, легко понятное происхождение силы Кориолиса



Если бы Земля не вращалась , частица воздуха движущаяся от полюса к экватору попала бы в точку NA. В результате вращения Земли она попадает в точку A_1

$NA_1 = c \cdot dt$

где с радиальная скорость частицы. За время dt земля превращается на угол δa = ωdt, где ω - скорость вращения .

$AA_1 = NA_1 \cdot \delta\alpha = c\omega(dt)^2$

Для равномерно ускоренном движении это также

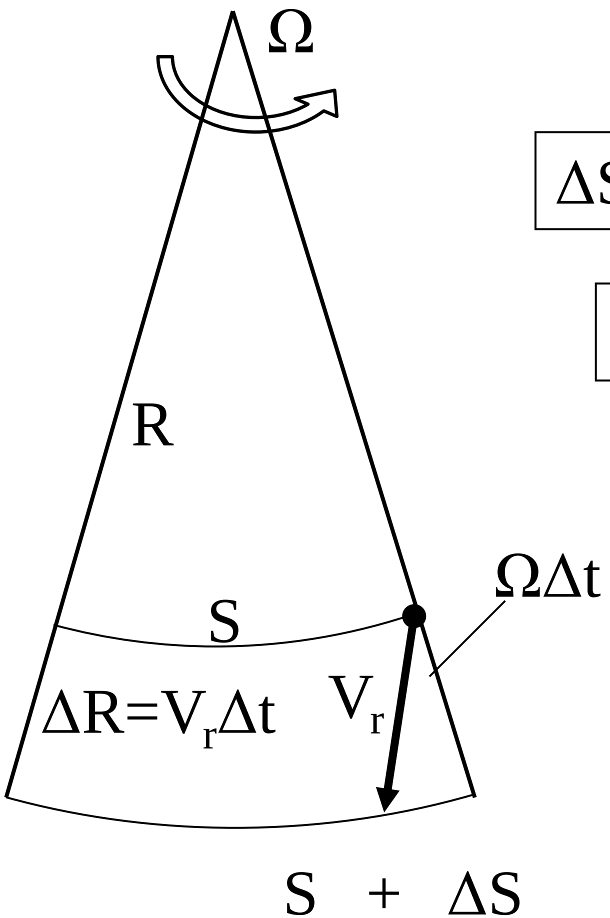
$AA_1 = ½\, \alpha \cdot (dt)^2$

где α - это ускорение вращения Земли , ускорение Кориолиса. Отсюда

$a = 2\omega \cdot c$

Правильный ответ, но по неправильным причинам

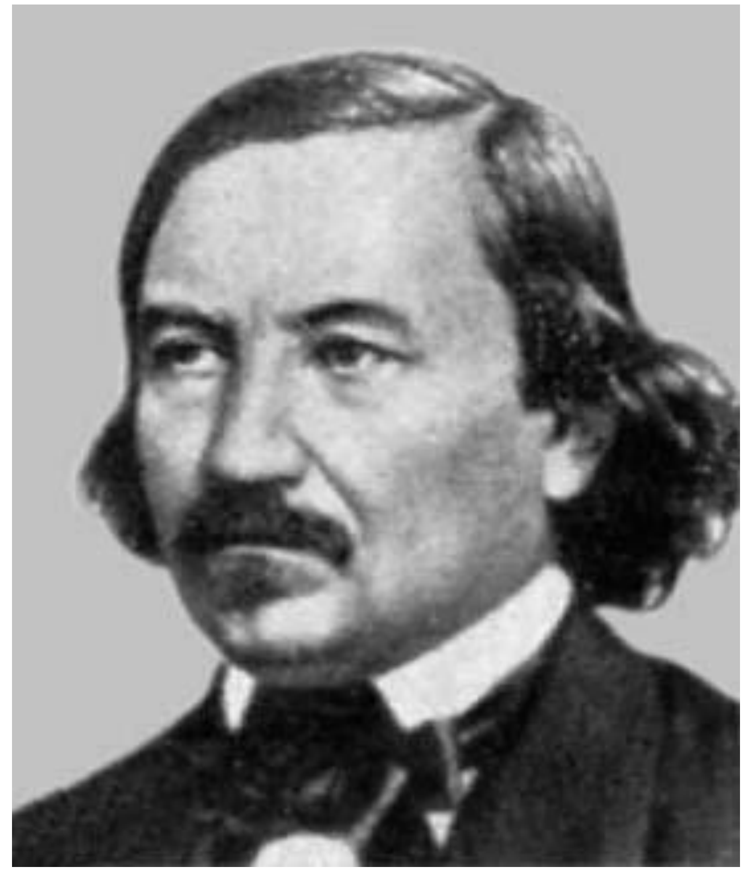
Этот вывод основан на докладе французского математика Джозефа Бернарда, сделанного во Французской академии в 1847 году



$$\Delta S = \Omega\cdot\Delta t\cdot V_r\cdot\Delta t$$

$$\Delta S = a\cdot(\Delta t)^2/2$$

$$a = 2\Omega\cdot V_r$$



Джозефа Бернарда 1822-1900

ля того, чтобы объяснить его недостаток давайте напомним, то о чем мы все, ***все***, согласны:

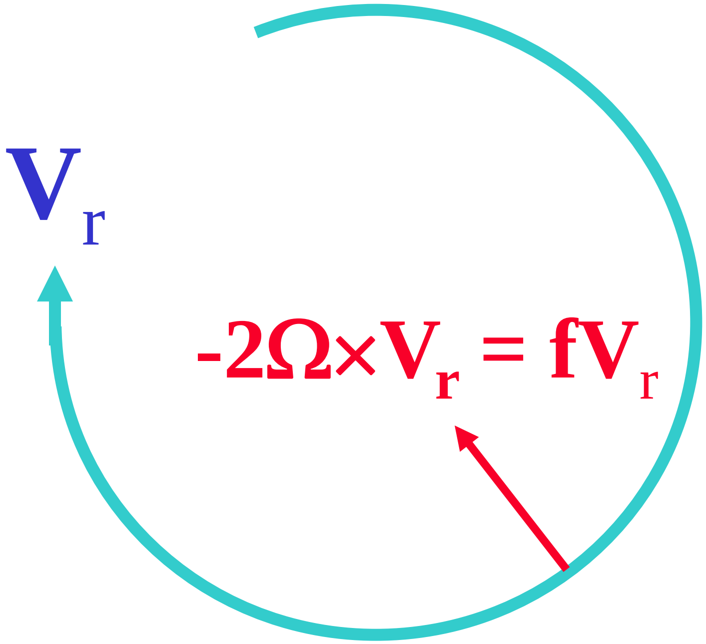
1. Сила Кориолиса пропорционален Ω вращения и относительной скорости V_r

2. Она перпендикулярна движению V_r

3. Она направлена направа на северном полушарии (против часовой стрелки вращения)

Это может быть выражено в векторной форме, как $-2\Omega \times V_r$

Если отклонение перпендикулярно движению и постоянным по величине она приведет k круговой траектории («окружность инерции«)

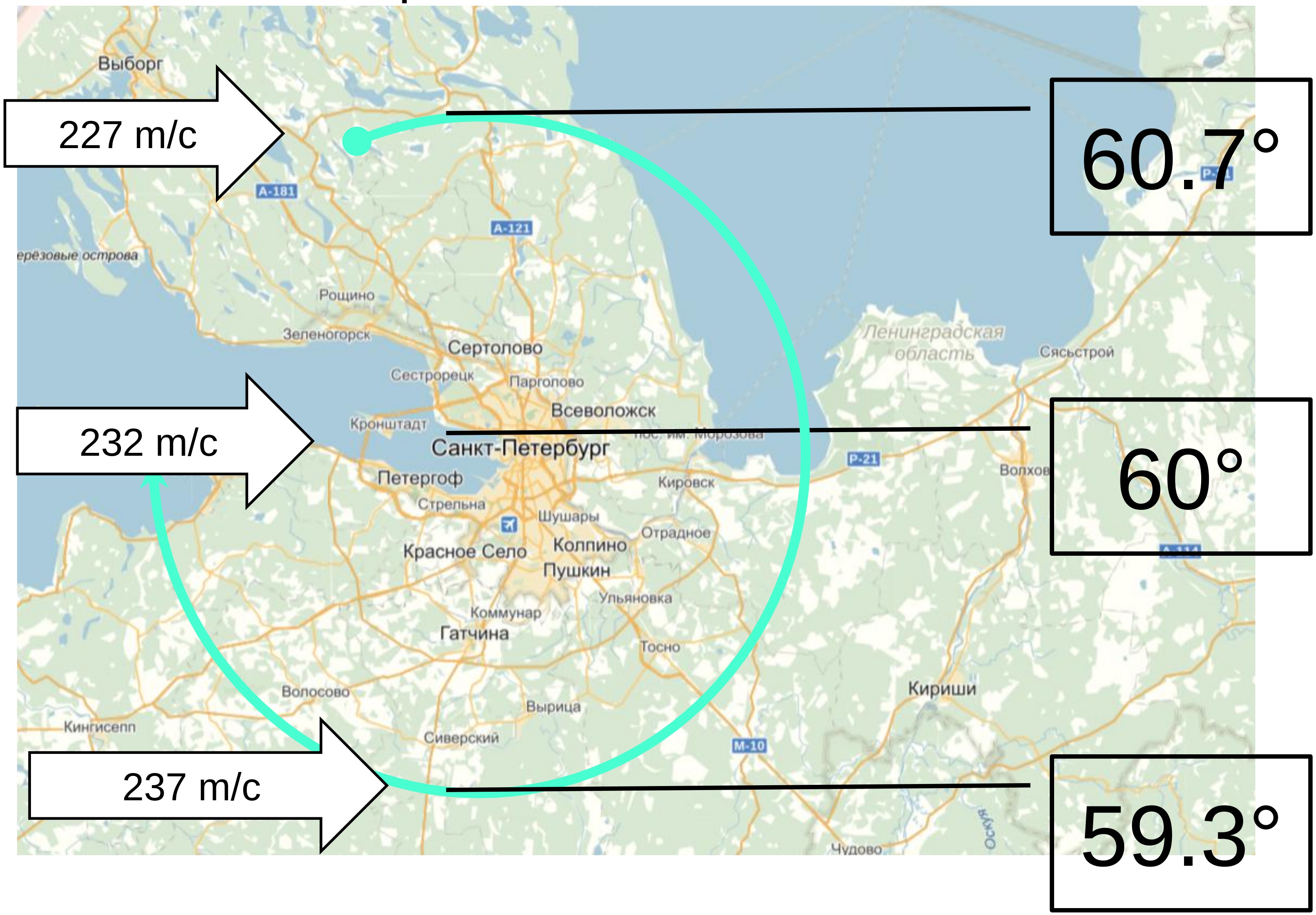


Радиус инерции круга $= V_r/f$

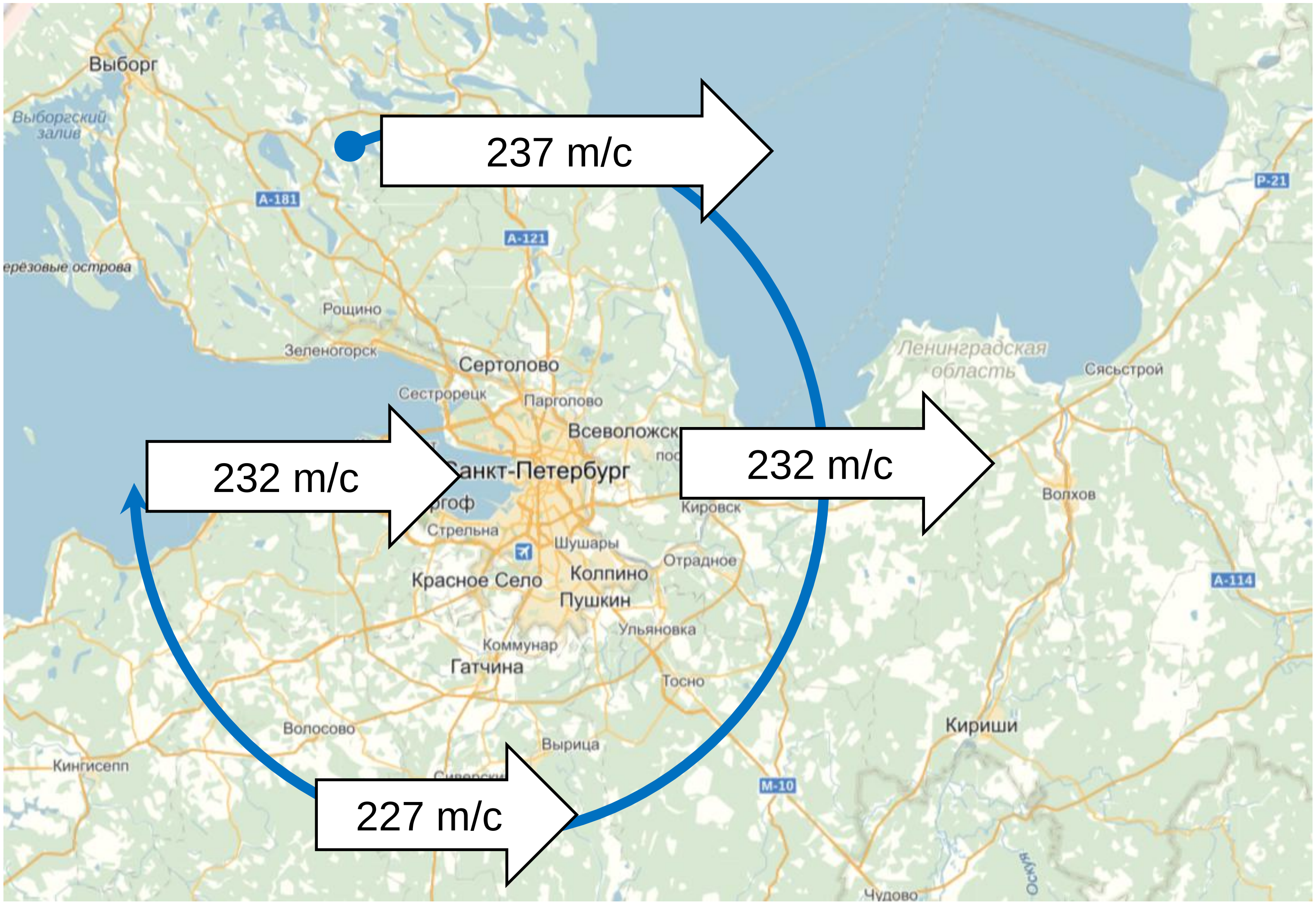
Параметр Кориолиса $f = 2\Omega\sin\varphi$

Движение объекта в Ленинградской области со скоростью 10 м/с вне силы трения, находящегося под действием только силы Кориолиса, направленной по горизонтал, приведет к приблизительнно круговому движению с радиусом около 79 км

Движение объекта ограничено широтами 60,7° и 59,3°, где вращение Земли составляет 227 м/с соответственно 237 m/c и 232 м/с на широте 60°



Тогда абсолютная скорость движения объекта на восток изменяется от 237 м/с (227 + 10) в северной точке до 227 м/с (237-10) в южной точке

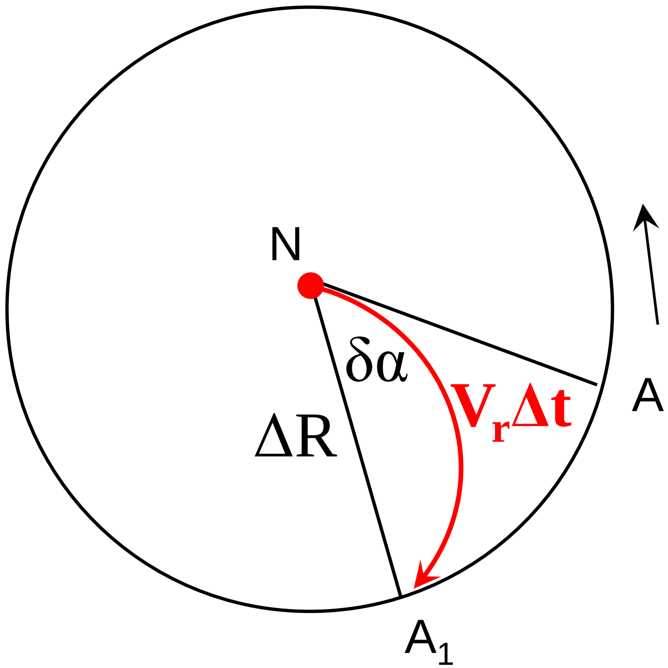


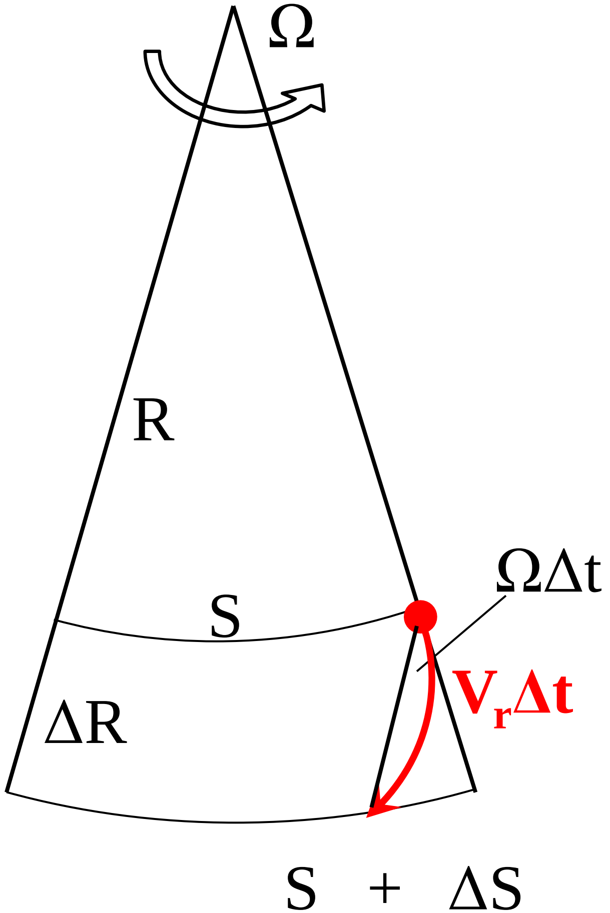
Тот факт, что скорость движения объекта на восток в северной точке равна скорости вращения Земли на широте южной точки (и наоборот) не является счастливым совпадением, но закономерностью для движения вне экватора

Так, основываясь на том, с чем <u>каждый из нас согласен,</u> можно сделать вывод, что у движущегося объекта, на которого горизонтально влияет только сила Кориолиса, <u>относительная скорость постоянна, а абсолютная скорость нет</u>

Согласно ли это с выводами Бертрана?

Нет. Согласно и выводам Бертрана в 1847 и Radikevitj и Мельниковой движущийся объект должен сохранить свою абсолютную скорость. В то же время в выводах Бертран естьмеханизм для увеличения относительной скорости $V_r > \Delta R/\Delta t$, хотя мы им пренебрегаем в математической, формулировке потому что $\Delta t << 1$





Очень хорошая основа для правильного понимания эффекта Кориолиса на вращающейся планеты заложена в предыдущей главе , в дискуссии о разнице между силой гравитации $\mathbf{G_0}$ и силой тяжести **G**, равной суммарному воздействию силыгравитации и центробежной силы из-за вращения Земли **C**. Однако . , ,

§ 3. Силы, действующие в атмосфере

1. Действующие в атмосфере силы делятся на два класса: массовые и поверхностные.

Рассмотрим последовательно основные массовые силы — силу тяжести и отклоняющую силу вращения земли, а затем напомним основные соотношения теории поверхностных сил.

2. На каждую покоящуюся или движущуюся воздушную частицу (так же как и на любое тело, находящееся на земле) действует сила тяжести $\vec{G}$, представляющая собой векторную сумму двух сил:

а) силы земного притяжения $\vec{G}_0$ (рис. 1), направленной к центру земли,

б) центробежной силы $\vec{C}$ (рис. 1), направленной по радиусу круга широты, проходящему через рассматриваемую точку в направлении, перпендикулярном оси земли ON.

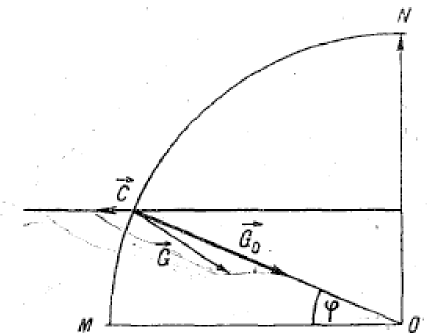


Рис. 1.

В дальнейшем будем относить эти силы к единице массы (т. е. пользоваться значениями ускорений).

На рисунке невозможно выдержать правильное соотношение величин этих двух сил, так как центробежная сила слишком мала по сравнению с силой тяжести.

Действительно, величина центробежного ускорения определяется известной формулой

$$C = \frac{v_{\text{пер}}^2}{r_\varphi},$$

где $v_{\text{пер}}$ — переносная скорость, а r_φ — расстояние частицы до земной оси.

Так как земля вращается вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью

$$\omega = \frac{2\pi}{T_*}, \qquad (1)$$

где T_* — сутки, то на расстоянии r_φ от оси переносная скорость равна ωr_φ. Величина же r_φ, как видно из рис. 1, равна $r_\varphi = r\cos\varphi$ (r — расстояние частицы от центра земли). Учитывая все это, формулу для центробежного ускорения можем написать так:

$$C = \omega^2 r \cos\varphi . \qquad (2)$$

Значение ω вычисляется по формуле (1) и равно $\omega = 7{,}29 \cdot 10^{-5}$ 1/сек. В дальнейшем величина угловой скорости вращения земли ω будет

Хорошая работа частично испорчен иллюстрации, которая показывает сферическую форму землю (слева) вместо эллипсоида (справа), как описано в тексте. Ошибочно, гравитации $\mathbf{G_0}$ изображена перпендикулярно к поверхности, вместо силы тяжести **G**, которая действительно перпендикулярна поверхности

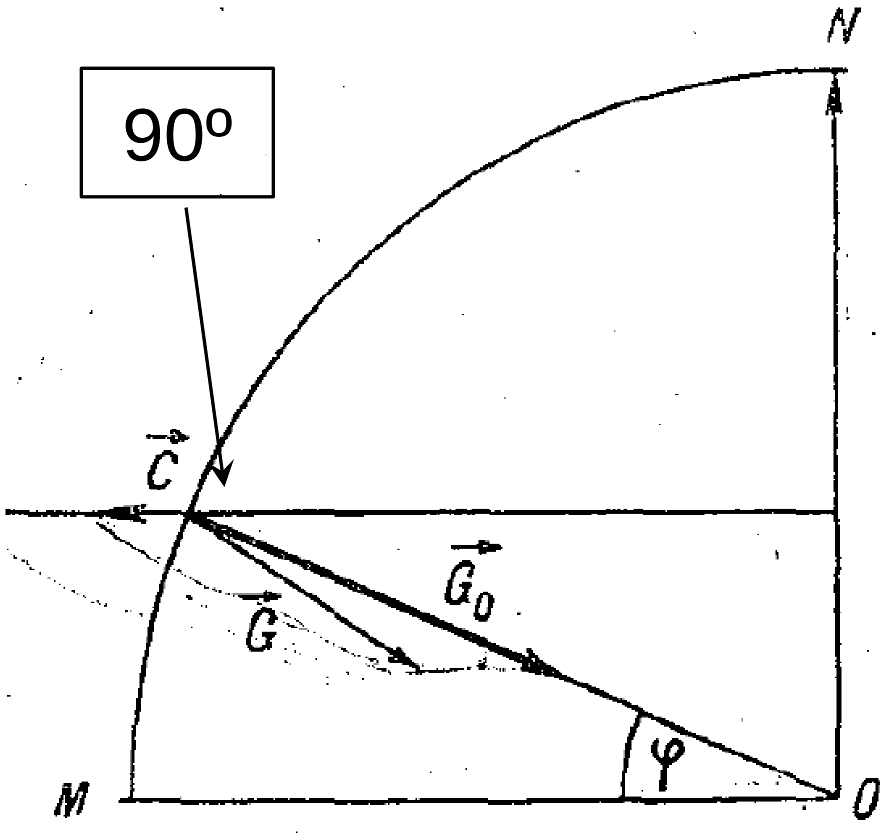


Рис. 1.

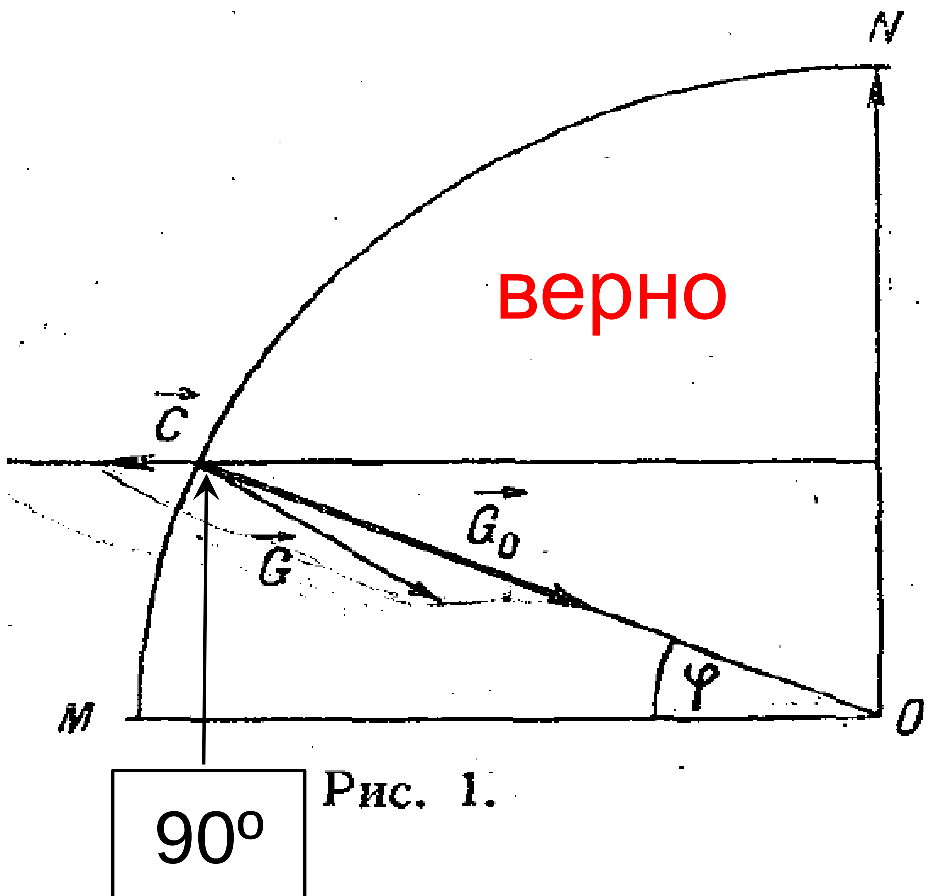


Рис. 1.

В Radikevitj и Мельниковой 1974 и в Radikevitj 1985 иллюстрация изображает вращающуюся планету в виде эллипсоида, но там есть другие запутывающие ошибки

Если $\vec{n}$ — направление нормали, $\vec{S}$ — направление касательной к поверхности, то для Земли в форме шара (рис. 2,*а*) $G_n = G$, $G_s = 0$, и под влиянием F_s она должна сплющиваться до тех пор, пока возникающая при этом касательная составляющая G_s не уравновесится F_s (рис. 2,*б*).

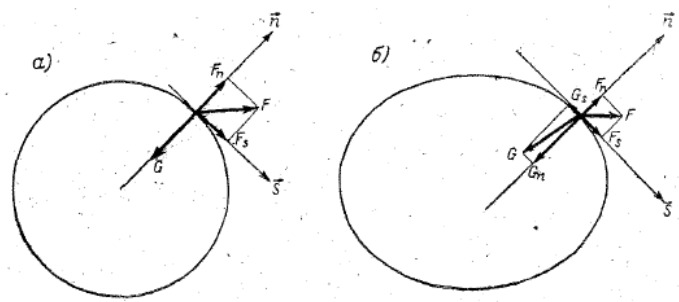


Рис. 2. Векторная схема силы тяготения, центробежной силы и силы тяжести.

274955

Сила тяжести определяется как равнодействующая G_n и F_n. Для единицы массы воздуха она равна

$$\vec{F}_T = -g \qquad (2.2.3)$$

и направлена к поверхности Земли (g — ускорение силы тяжести). Для атмосферных движений над горизонтальной поверхностью $F_{Tx} = F_{Ty} = 0$, $\vec{F_T} = F_{Tz} = -g$. В противном случае проекции силы тяжести на координатные оси выражаются через тригонометрические функции угла наклона поверхности Земли по отношению к уровенной поверхности.

Сила тяжести убывает от полюса к экватору (на полюсе $F_n = 0$) и уменьшается с высотой (за счет увеличения R и, следовательно, уменьшения G_n). В среднем сила тяжести, отнесенная к единице массы, или ускорение силы тяжести составляет: на полюсе 983,2 *см/сек*^{2}, на 45° 980,6 *см/сек*^{2}, на экваторе 978,0 *см/сек*^{2}.

В пределах исследуемой в метеорологии части атмосферы зависимостью силы тяжести от высоты можно обычно пренебречь, так как высота этой части мала по сравнению с радиусом Земли.

Все указанные силы, действующие на некоторый объем V, можно разделить на два класса:

1) массовые — силы, действующие на каждый элемент объема независимо от того, существуют или нет рядом с объемом другие части жидкости (сила тяготения, переносная сила и отклоняющая сила вращения Земли, или сила Кориолиса). В геофизике принято рассматривать векторную сумму сил тяготения и переносной, называемую силой тяжести;

2) поверхностные — силы взаимодействия между объемом V и окружающей средой (сила барического градиента и сила трения).

Сила тяжести

Сила тяжести складывается из силы гравитационного притяжения Земли и центробежной силы, связанной с вращением Земли. Первая сила направлена вдоль радиуса к центру Земли и для единицы массы на поверхности Земли

$$G = k\,\frac{M}{R^2}, \qquad (2.3.1)$$

где M — масса Земли; R — радиус Земли; k — универсальная постоянная тяготения ($6{,}67 \cdot 10^{-11}$ м^3/(кг · с^2)).

Центробежная сила направлена вдоль радиуса широтного круга от оси вращения, для единицы массы она выражается как

$$F = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r, \qquad (2.3.2)$$

где $v = \omega r$; ω — угловая скорость вращения Земли; r — радиус широтного круга.

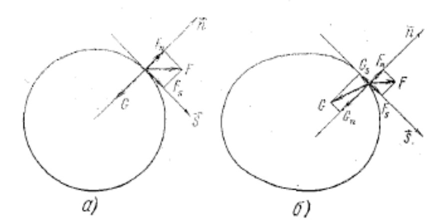
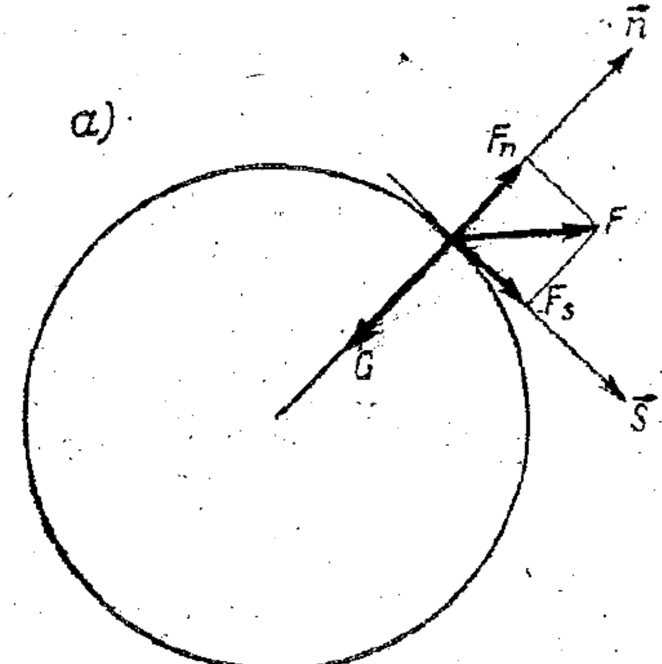


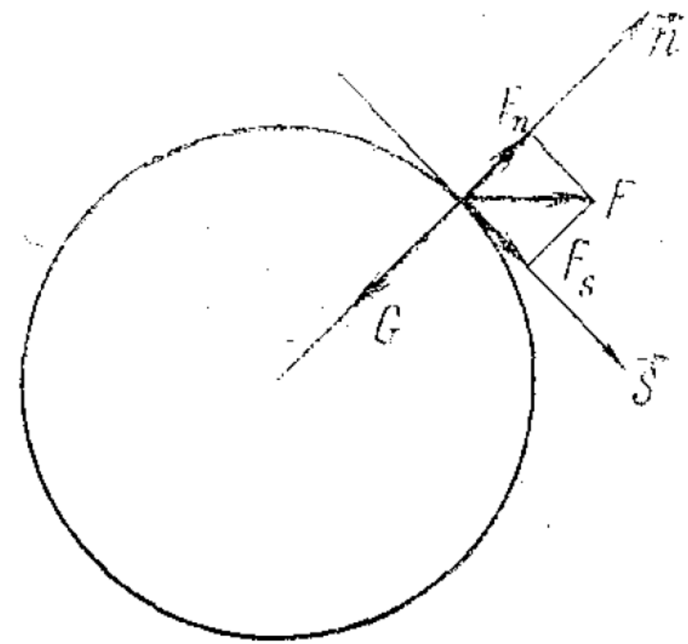
Рис. 3. Векторная схема силы тяготения, центробежной силы и силы тяжести.

Если $\vec{n}$ — направление нормали, $\vec{s}$ — направление касательной к поверхности, то для Земли в форме шара (рис. 3, *а*) $G_n = G$, $G_s = 0$. Под влиянием F_s Земля должна сплющиваться до тех пор, пока возникающая при этом касательная составляющая G_S не уравновесит F_s (рис. 3, *б*).

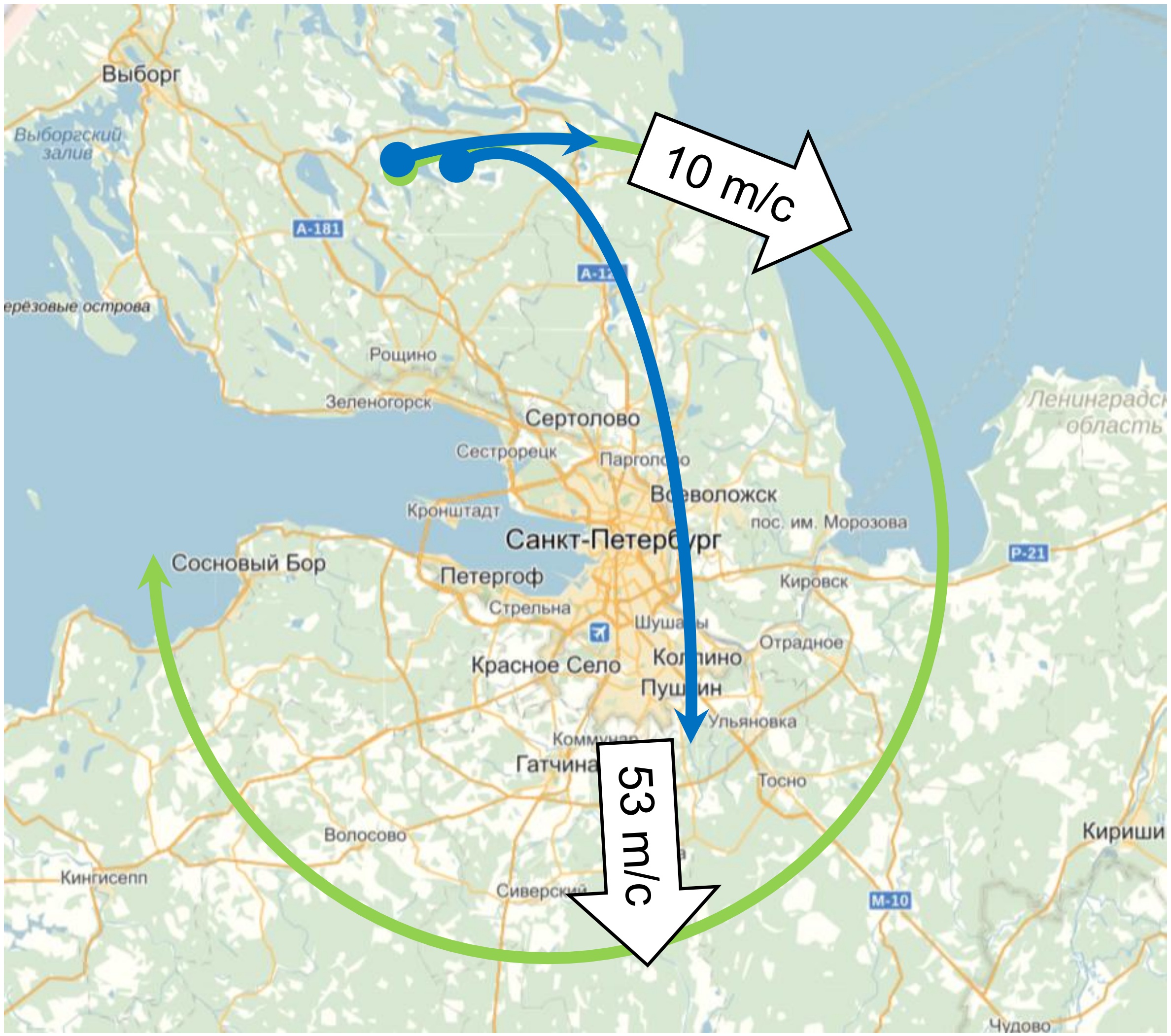
Первая иллюстрация изображающая силы на сферической планете является правильной.

Гравитация **G** указывает вниз, без горизонтальной составляющей, и центробежная сила **F** имеет одну вертикальную составляющую $\mathbf{F_n}$, которая стремится сделать все объекты "легче" и одну горизонтальную составляющую $\mathbf{F_s}$, которая стремится придать ускорение всем объектам в сторону экватора





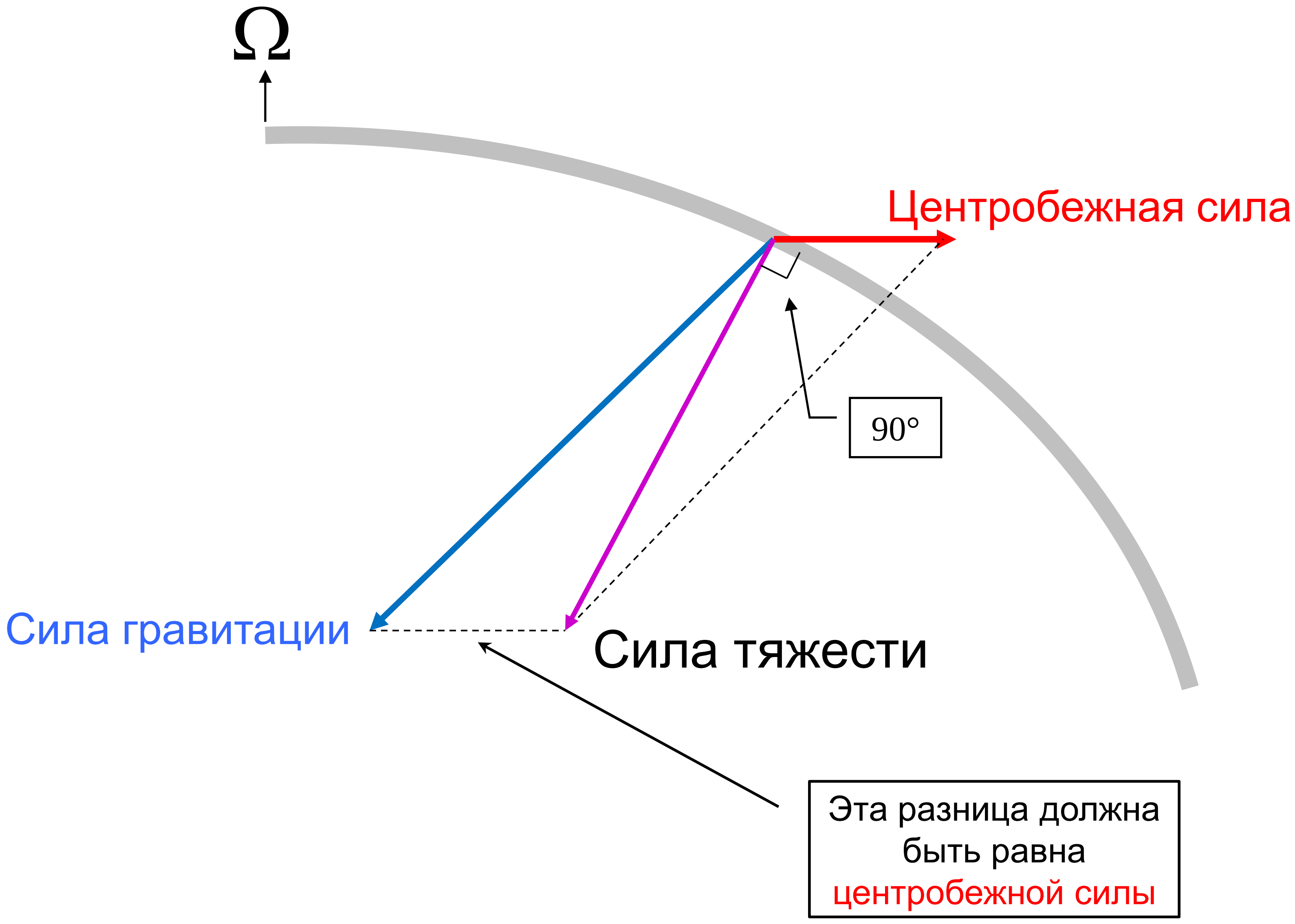
Рассматривая движение по земной поверхности вне силы трения, также взяв в счет центробежную силу вследствии вращения Земли, движущийся объект в предыдущих примерах, после одного часа, двигаясь в направлении Ладожского со скоростью 10 м/с уже перешел бы Санкт-Петербург со стабильно растущей скоростью



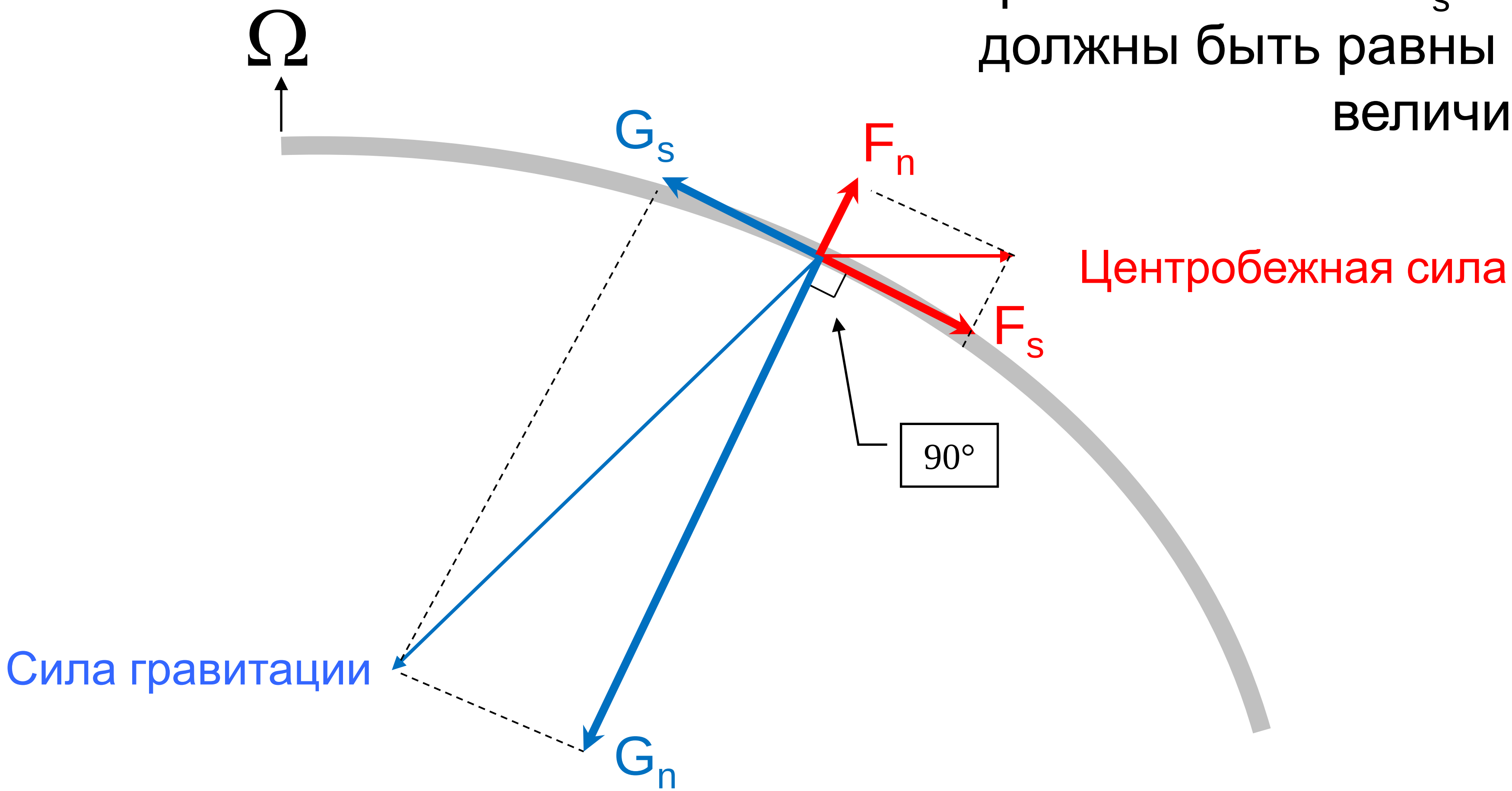
Движущийся объект со скоростью 10 м/с подвержен дефектному ускорению $1{,}2 \cdot 10^{-4}$ м/с^2

Он также подвержен горизонтальному центробежному ускорению, направленному на юг, в $14{,}6 \cdot 10^{-4}$ м/с^2

Это в двенадцать раз сильнее, чем отклоняющее ускорение. Так почему же мы этого не замечаем? Почему мы не должны принимать это во внимание?

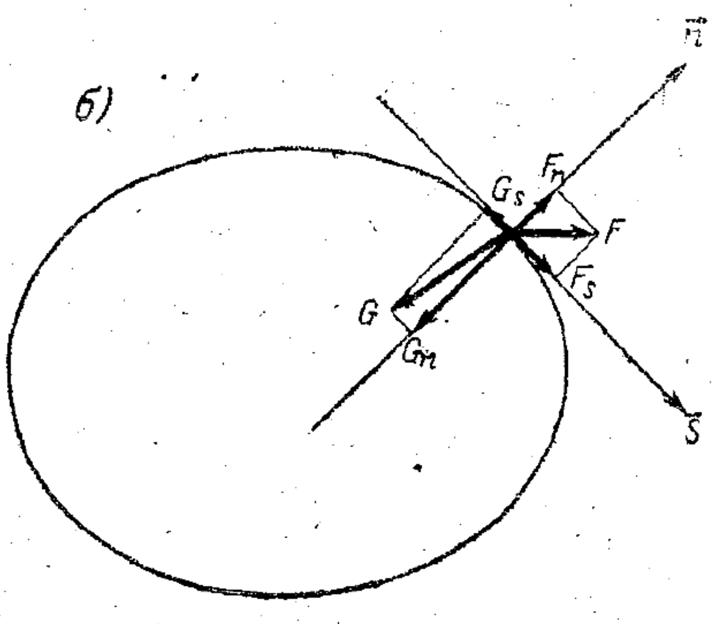

Ω
Центробежная сила
90°
Сила гравитации
Сила тяжести
Эта разница должна
быть равна
центробежной силы

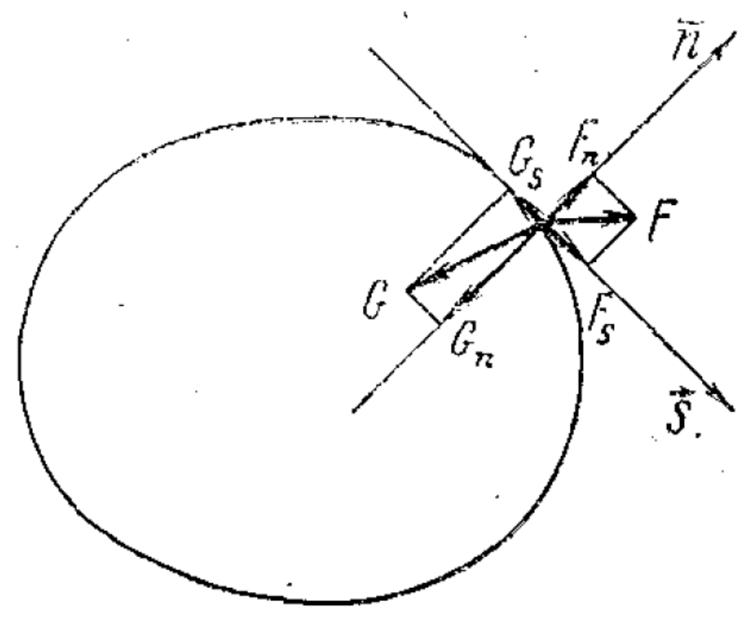
Для тела находящегося в покое на поверхности Земли F_s и G_s должны быть равны по величине



Иллюстрации в учебниках 1974 и 1985 годов, изображая силы на вращающейся, и, таким образом, не сферической планете, поэтому не совсем верны.

Поскольку горизонтальная составляющая гравитационного притяжения компенсирует горизонтальную составляющую центробежной силы, $\mathbf{G_S}$ и $\mathbf{F_s}$ должны быть равны, но выглядят различными по величине.





КОНЕЦ